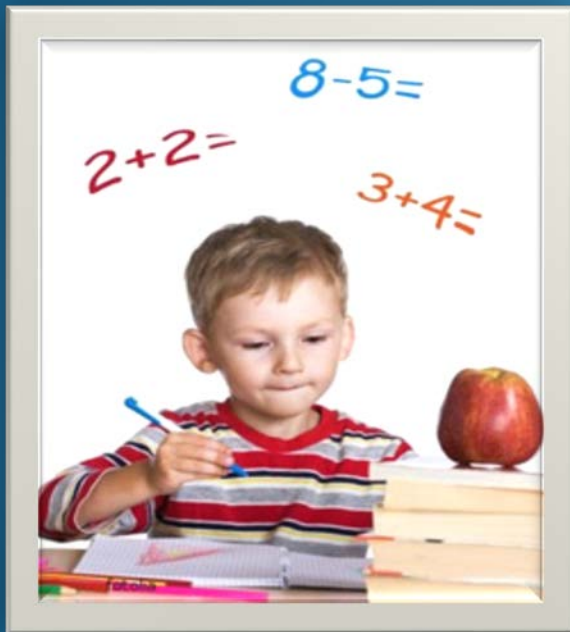


A szöveges feladatok tanításának folyamata

Előadó: Horváth Judit



„Az ember csak azt érti meg, amire maga jön rá. Amit készen kap, anélkül, hogy lélekben megdolgozna érte, az egyik fülén be, a másikon ki.

Olyan ez mint a növények öntözése: a növény nem élhet öntözés nélkül, de nem sokat ér azzal a vízzel, amit a leveleire öntenek, az leperreg róla. Csak azt a vizet képes igazán felhasználni, amit a gyökerén keresztül maga szív fel.”

(Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról)

Szöveg vagy szöveges feladat ?

Egy szép tavaszi reggelen Bence megreggelizett.

Megivott 2 dl kakaót. Édesanyja megdicsérte, mert mindent megevett. $\frac{1}{4}$ 8-kor elindult az iskolába hátán a táskájával, ami nagyon nehéz volt (5 kg). Az iskola kapujában elköszönt édesanyjától és beszaladt.

MI A PROBLÉMA?

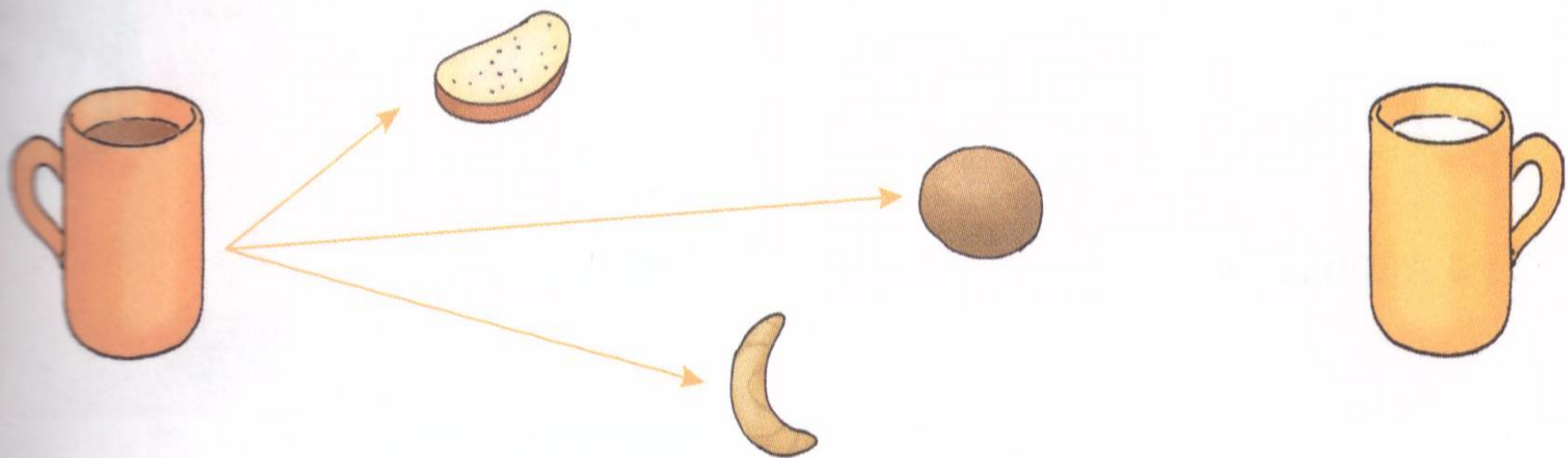
A szöveges feladatok az alsó- és a középfokú oktatás problémamegoldó gondolkodásának alappillérei.

szöveges feladatok



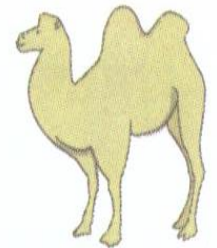
számтан-algebra sorozatok függvények szabályjáték mérés valószínűség kombinatorika

Apa reggelire kakaót vagy tejet tesz az asztalra a gyerekeknek. Anya kenyeret, zsemblét vagy kiflit ad hozzá. Hányféle reggeli lehet ez? Rajzold be a hiányzó nyilakat!



Ez összesen lehetőség.

a) Az állatsimogató mellett a kétpúpú tevék tanyáznak. Hány púp és hány láb látható a kifutóban? Töltsd ki a táblázatot!



Tevék száma	1	6			8		
Púpok száma	2		18			10	
Lábak száma	4			40			28

b) Hasonlítsátok össze a lábak és a púpok számát! Mit tapasztaltatok?

A matematika tanítás ideája



- Úgy tanítsuk a matematikát, hogy az életben is használni lehessen.

-A matematika a többi tárggyal is koncentrációban legyen.

-A gyerek érezze, hogy azért tanulja a matematikát, mert felnőtt korában szükség lesz rá.

- A gyerek érdeklődése a többi tárgyon keresztül fordul a matematika felé.

A problémamegoldó kompetencia

A kompetencia olyan felkészültség, amely alkalmassá tesz arra, hogy különböző helyzetekben hatékonyan cselekedjünk. A kompetencia ismeretek, általános és specifikus képességek, készségek, motívumok és attitűdök együttese.

A kompetencia-komponensek között azok, amelyek fejlesztése és működése szinte minden műveltségterületet érint, a kulcskompetenciák. Ezek közül az egyik a problémamegoldó kompetencia.

A problémamegoldó kompetencia az egyén arra való képessége, hogy kognitív eljárásokat használni tudjon valós, a tudományterületeket átfogó helyzetekben, ahol a megoldás menete nem egyértelmű, és a megoldás folyamán alkalmazott ismeretek nem egy tudományterületről valók.

PROBLÉMA

Minden olyan helyzet, amelyben egy a probléma megoldása útkeresést jelent. (Lénárt 1984)

Bizonyos cél elérésének útjában akadály van. (Pólya)



A probléma függ a megoldó kompetenciáitól.

A problémák osztályozása oktatási szempontból

(Pólya 1977)

- kézenfekvő szabály: az épp tanult eljárás alkalmazása.
- alkalmazás választással: több tanult eljárás közül kell egyet kiválasztani.
- kombinálás: több tanult eljárás közül több együttes alkalmazása.
- módosítás: tanult eljárás vagy eljárások módosított változatának alkalmazása.
- felfedezés: új eljárás alkotása a megoldás érdekében.

A problémamegoldás folyamatának modellje

Pólya- féle modell

1. lépés: A probléma megértése, a cél meghatározása

- Olvassuk el a problémát, ha segít, akkor hangosan, értelmezzük, a helyzetet, esetleg játszuk el.
- Jegyezzük le az adatokat és a feltételeket, vezessünk be jelöléseket, ha szükséges.
- Tisztázzuk, mit kell meghatározni.
- Rajzoljunk ábrát, diagramot, hogy szemléltessük, rendszerezük az adatokat.
- Ha lehetséges, fogalmazzuk át a problémát, hogy világosabb legyen.

2. lépés: Tervezzük meg a probléma megoldási stratégiát.

- Keressünk hasonló, rokon problémát.
- Próbálkozzunk egyszerűbb feladattal (számok csökkentése, feltételek változtatása)
- A megoldás folyamatának ábrázolása.
- A megoldáshoz szükséges eszközök meghatározása (módszerek, esetleg számítógépes segítség).

3. lépés: Hajtsuk végre a stratégiát, ellenőrizzük és módosítsuk, ha szükséges.

- Írjuk le a megoldás lépéseit.
- Ellenőrizzünk lépésenként, hogy az esetleges hiba ne a végén derüljön ki.



4. lépés: Ellenőrizzük és járjuk körbe a megoldást.

- Bizonyosodjunk meg arról, hogy a megoldás elfogadható, ésszerű.
- Keressünk a megoldástól független módot az ellenőrzésre.
- Ellenőrizzük a következtetések helyességét.
- Írjuk le világosan a megoldást.
- Keressünk másik megoldási módszert.
- Keressünk következményeket, általánosítást.
- Tegyünk fel további kérdéseket, alkossunk új problémát az adatok, a feltételek változtatásával.

Problémamegoldó gondolkodás

Kritikai gondolkodás

Kreatív gondolkodás

Koncentráció a részletekre

Szisztematikus gondolkodás

Időbeli gondolkodás (időben lineáris)

Megértés, következtetés szavakkal, szimbólumokkal

Szeriális információ-feldolgozás

Konvergens gondolkodás (teljesen tudatos)

A részletek egyben látása

Asszociációk (részben szabad)

Térbeli gondolkodás (időben független)

Kibontakozás ötletekkel, szemléléssel

Párhuzamos információ-feldolgozás

Divergens gondolkodás (részben tudatos)

Szöveges feladatok

A szöveges feladatok általában olyan problémák, amelyek valamilyen szituációt írnak le.

A szöveges feladatok szerepe a tanításban:

- műveletek értelmezése, elmélyítése
- szövegértési képesség fejlesztése
- problémamegoldó gondolkodás fejlesztése

A szöveges feladatok megoldásának

lépései megfelelnek a problémamegoldás lépéseinek:

- A szöveg elolvasása (hangosan is), esetleg eljátszása.
- Mi a kérdés?
- Keressük meg a kérdés megválaszolásához szükséges adatokat!
- Keressünk összefüggéseket, rajzoljunk ábrát, írjunk fel műveleteket, azaz keressük meg a szöveg matematikai modelljét.
- Végezzük el a műveleteket!
- Ellenőrzés. A matematikai eredményt visszafordítjuk az eredeti szituációra.
- Válasz a kérdés újra olvasása után.

A szöveges feladatok csoportosítása

- A kérdés helye szerint

- a feladat elején – egységessé tesz feladatsort, ha lehetőség szerint kérdőszóval kezdődnek a feladatok
- a feladat közepén – a legnehezebben érzékelhető a gyerekek számára.
- a feladat végén – az olvasás utolsó eleme, jó kiindulás a megoldáshoz.

- Az adatok száma szerint

- hiányos feladat – meg kell szereznünk a hiányzó adatot
- pontosan annyi adat van, amennyi szükséges
- felesleges adatok vannak – ki kell választani a szükségeseket

- A feladat szövegezése

- egyenes
- fordított – ilyen feladatokkal találkoztunk az összeadásra vezető szöveges feladatoknál.

- A feladat bonyolultsága

- egylépéses – egy művelettel megoldható
- kétlépéses – két lépésben megoldható, nehézséget jelent a gyerekeknek a részfeladatok meghatározása
- többlépéses – több lépés megtervezése szükséges.

- **A megoldási módok**

- próbálgatás
- visszafelé következtetés (rákmódszer, buborék módszer)
- összefüggések ábrázolása szakaszokkal

- **A megoldások száma**

- egy megoldás
- több megoldás – az összes megoldást meg kell adni
- nincs megoldás – a feladat megoldása az, hogy nincs megoldás.

Materiális sík

Rakjuk ki a 14 Ft-ot 14 koronggal!

Adjuk oda Katinak az a 4 forintot, amennyivel több pénze van, mint Petinek, ezután a többi pénzt már egyenlően kell elosztaniuk.



Katinak 9 Ft-ja, Petinek 5 Ft-ja van.

Ellenőrzés:

Kati pénze, 9 Ft 4 Ft-tal több, mint Peti pénze, ami 5 Ft:

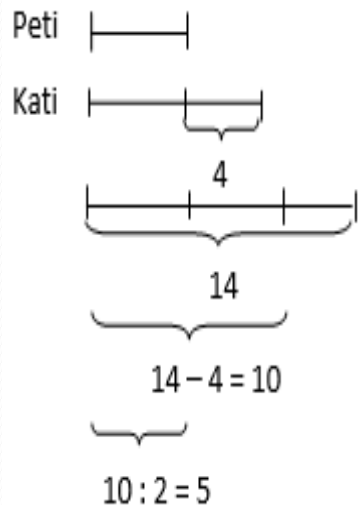
$$9 - 4 = 5.$$

Kettőjüknek $9 + 5 = 14$ Ft-ja van.

Válasz: Katinak 9 Ft-ja, Petinek 5 Ft-ja van.

Képi sík

Ábrázoljuk szakaszokkal Peti és Kati pénzét!



Petinek 5 Ft-ja, Katinak 9 Ft-ja van.

Ellenőrzés és válasz ugyanaz, mint a materiális síkon.

Szimbolikus sík

Jelöljük x -szel Peti pénzét!

Peti: x

Kati: $x + 4$

Ketten együtt: $x + (x + 4)$

Ketten együtt: 14 Ft

$$x + (x + 4) = 14$$

$$2x + 4 = 14 \quad / - 4$$

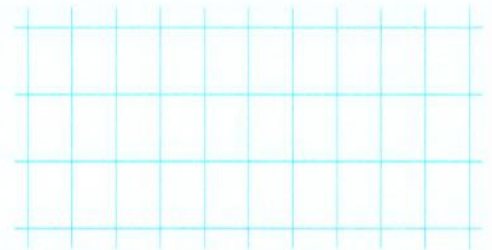
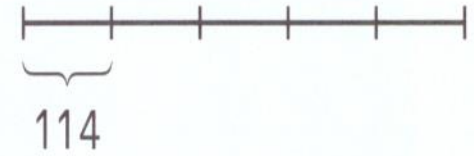
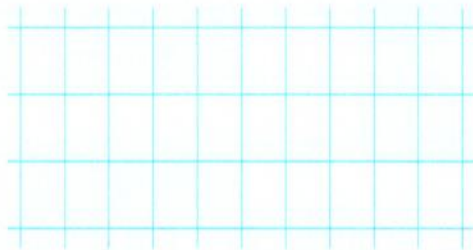
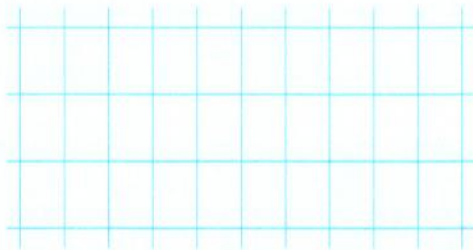
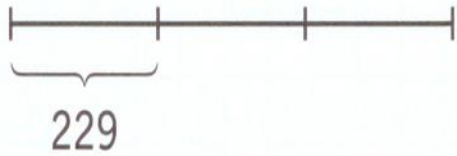
$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Petinek 5 Ft-ja, Katinak 9 Ft-ja van.

Vegyük észre, hogy ugyanazokat a lépéseket hajtottuk végre, mint a materiális és a képi síkon.

4 Írj írásbeli szorzásokat a szakaszokról!



Az önálló feladat-megoldó gondolkodásra nevelés hatása és feltételei

- A feladatok megoldása közben a tanuló keresi a megoldáshoz vezető utakat, miközben alkotó gondolkodása, emlékezete, képzelete, figyelme fejlődik.
- Érthetőbbé válik, konkretizálódik több matematikai fogalom, szabály, eljárás.
- A szóbeli és írásbeli kifejezőképesség formálását biztosítja.
- Előkészíti a tanulókat a gyakorlati életre.
- Erősíti az iskolának az élettel való kapcsolatát.
- Elősegíti a természeti és társadalmi környezet alaposabb megismerését, a különböző tantárgyakban szerzett ismeretek integrálását.
- Hozzájárul a nevelési feladatok megvalósításához.
- Gondolkodtatásra alkalmas és gondolkodást ösztönző legyen.
- Tartalmán keresztül nevelési célok megvalósítására legyen alkalmas a feladat.
- A tanult ismeretekkel kapcsolatban legyen, azok felhasználását igényelje. Szolgálja a más tantárgyakkal való koncentrációt.
- Adatai reálisak legyenek.

Szöveges feladatokra vonatkozó tananyag és követelmények az egyes évfolyamokon

1. o. Tartalom

- Összefüggések szöveges feladatokban.
- Egyszerű matematikai szövegértelmezése eljátszással, kirakással, rajzzal, lejegyzés művelettel.
- Szöveges feladatok alkotása tevékenységről, rajzról, műveletről.

Fejlesztési feladatok

- Matematikai modellek (pl. műveletek, nyitott mondatok) megértése, alkalmazása.
- Lényegkiemelő és problémamegoldó képesség formálása matematikai problémák ábrázolásával, szöveges megfogalmazásával.
- A matematikai tartalmú szövegek megértése, rögzítése, megoldása.

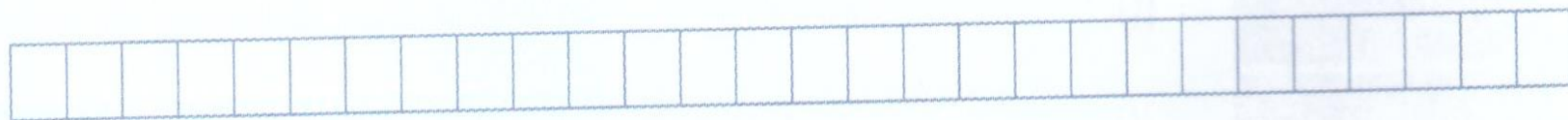
3. Írj kivonásokat a képekről! Mondd el, mikor mit számoltál ki!







A fiúk 6, a lányok 5 homokvárat építettek a homokozóban, de összedőlt már közülük 3. Hány vár áll még a homokozóban?



A homokozóban vár áll.

2. o.

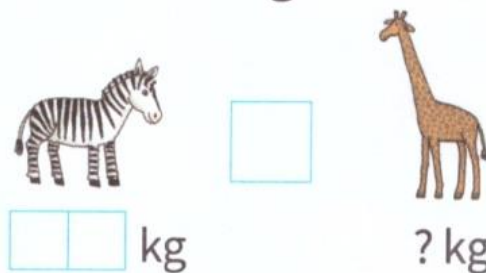
- Szöveges feladatok értelmezése, leírása, matematikai modellezése.
- Szöveges feladatok megoldása.
- Képről, számfeladatról szöveg megfogalmazása
- A szöveges feladatok megoldási lépéseinek kialakítása és alkalmazása (lejegyzés, műveletek kijelölése, becslés, számolás, ellenőrzés, válasz).
- Szövegről matematikai modell készítése, lényegkiemelés, problémamegoldó képesség.

1. Gyere velünk az állatkertbe! Itt ismerkedünk tovább a számok vilá-
gal. Számlálj! Miből hány van a képen?



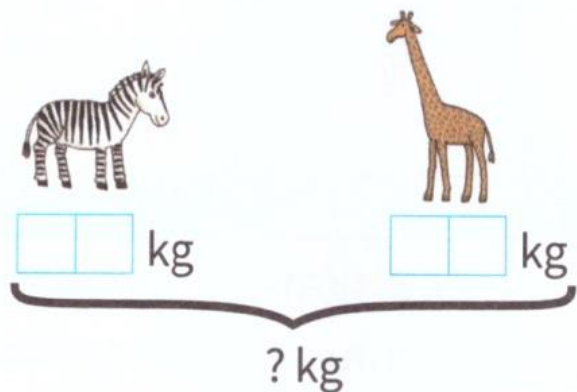
a) Pénteken a zebrák 14 kg szénát ettek meg, a zsiráfok 8 kg-mal többet.
Mennyi szénát ettek meg a zsiráfok?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



b) Mennyi szénát ettek meg a zebrák és a zsiráfok ezen a napon összesen?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



A tigrisek ketrecénél hétfőn délután 40 látogató volt, négyszer annyi, mint délelőtt.

a) Hányan látogatták meg a tigriseket délelőtt?

b) Mit tudnátok még ezeknek az adatoknak a felhasználásával kiszámítani? Fogalmazzatok kérdéseket társaitoknak!

Az egyik nap 39 kg gyümölcsöt szállítottak az állatkertbe. Ebből a csimpánzok 14 kg-ot, a szurikáták 6 kg-ot, a medvék 8 kg-ot kaptak, a többi az orángutánoké lett.

Hány kilogramm gyümölcsöt fogyaszthattak ezen a napon az orángutánok?

3. 0.

- Szöveges feladatok értelmezése, megoldása
modell segítségével.
- Szöveges feladatok megoldása.
- Többféle megoldási mód keresése, a megoldási módok összevetése.
- Számfeladatról szöveges feladat alkotása.
- Fordított szövegezésű és összetett szöveges feladatok megoldása.
- Kreativitás fejlesztése többféle megoldási mód keresésével.
- Szöveg modellezése tevékenységgel, ábrázolással, matematikai művelettel.
- A megoldási algoritmus alkalmazása (adatok lejegyzése, megoldási terv készítése, számfeladat megoldása, ellenőrzése, válaszadás).
- Matematikai tartalmú szövegek megértése, rögzítése, megoldása.
- Gondolatmenet megértése, követése.

4.0.

- Szöveges feladatok megoldása.
- Szöveghez, matematikai problémákhoz műveletek megválasztása.
- Számfeladatról szöveges feladat alkotása.
- Fordított szövegezésű és összetett szöveges feladatok megoldása.
- Megoldási algoritmus alkalmazása (adatok lejegyzése, megoldási terv készítése, számfeladat megoldása, ellenőrzése, válaszadás).
- Többféle megoldási mód keresése, a megoldási módok összevetése.
- Matematikai tartalmú szövegek megértése, rögzítése, megoldása.

1. Az afrikai elefánt 2 méter hosszú ormányát ivásra is használja. Egy-egy alkalommal kb. 10 liter vizet szív fel és fecskendez be a szájába. Hány deciliter víz fér egyszerre az elefánt ormányába?

2. Az elefántok naponta kb. 150 liter vizet fogyasztanak. Hány hektoliter vizet isznak meg 1 hónap alatt?

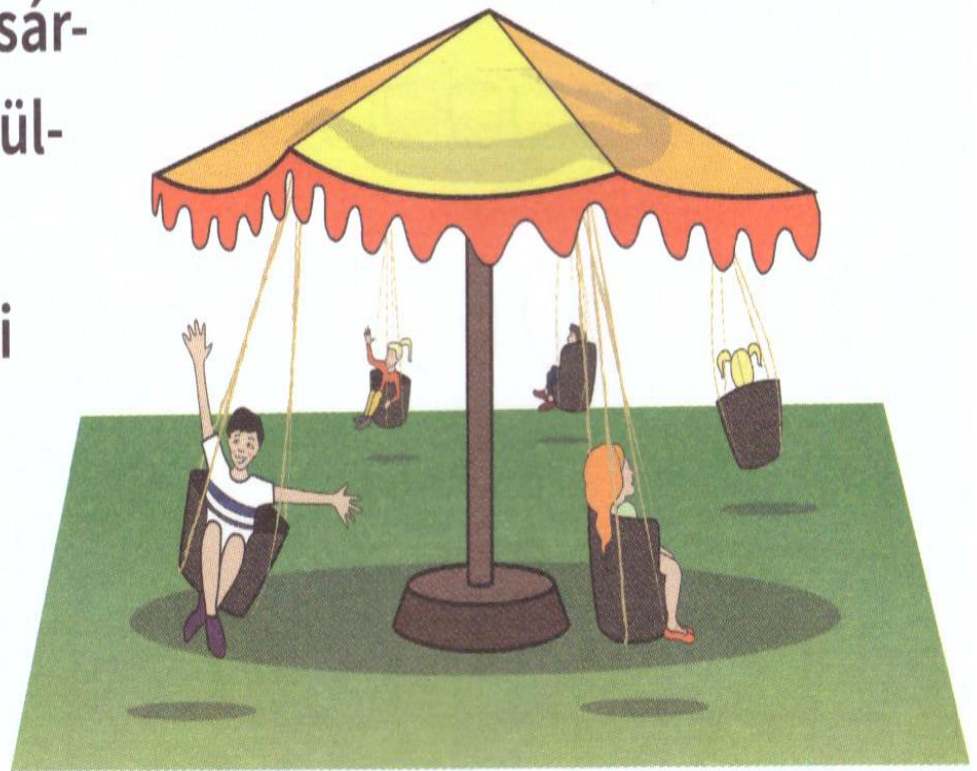
3. A kék bálnák 7 méter hosszú, 2000 kg tömegű kicsinyei naponta 500 liter tejet fogyasztanak. Hány centiliter tejet isznak a kisbálnák egy nap alatt? Hány hektoliter ez a tejmenyiség?

Életszerű, vagy iskolai jellegű problémák?

- Kézhez kapott megoldandó feladatok
- Annyi adat amennyivel a feladat megoldható
- A dolgozatok is ezt a metodikát követik
- Más kontextusba nehezen vagy egyáltalában nem tudja alkalmazni a tanultakat
(kompetenciamérések)

Egy 25 fős osztály érkezett a vásárba, mindannyian szeretnének felülni a körhintára.

Hány fordulóval tudnak hintázni mindannyian, ha egyszerre mindig 5 tanuló ül be a hintába?



Hivatkozások:

- http://acta.bibl.u-szeged.hu/28821/1/modszertani_047_001_030-035.pdf 2.scorml
- www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgyapedaggia/10_szveges_feladatok.html
- https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2009-0007_a_kognitiv_kepessegek_fejlesztesenek_modszertana/TANANYAG/13_1
- https://tanitonline.hu/uploads/938/17-modul-tan%C3%ADt%C3%B3_matA1.pdf
<https://www.ofi.hu/okoskodjunk-szoveges-feladatok-megoldasa>
<https://www.developmen.hu/hu/fejlesztestar/problemamegoldas-es-donteshozatal>

Felhasznált irodalom:

- Csíkos Csaba: Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10-11 éves tanulók körében
- Falus Iván: Tanári képesítési követelmények – kompetenciák – sztenderdek
- Dr Török Tamás: Szöveges feladatok és tanításuk
- Szántó Sándor: Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése az általános iskolában
Újgenerációs tankönyv 2. o. I. kötet
Újgenerációs munkafüzet 2.o. I kötet
Újgenerációs tankönyv 1. o. I kötet
Sokszínű matematika Számolófüzet 3. o.
Czoborné Törös Ilona állatkerti váltogató 4. o.
Képek: Pinterest

Köszönöm a figyelmet!